섬유속의 균제도(상)

(Regularity of Tops, Slivers and Yarns, Part 1 Wool Science Review, No.24.Feb.1964. P.49-68)

이 논문의 주제를 충분히 논하기 위해서는 약간의 수학적 표현을 사용하는 것이 불가피했다. 그러나 공식의 전부를 이해하지 못하는 속자라도 이 논문을 읽어 가노라면 많은 것을 알 수 있을 것이라고 생각한다.

1. 제 론

1.1 외견상 동일한 물체의 변동

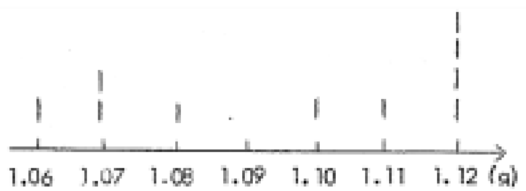
Wool Science Review의 속자들은 동일한 것 처럼 보이는 생산품에 있어서 고유한 변동이 불가능하다는 개념을 잘 알고 있다.(주(1) 참조)

예를 들어서 한 갑속에 있는 전 권연의 무게를 칭량하면 그림 1에 보이는 바와 같이 외견상 동일한 권연의 무게는 1.06g에서 1.12g사이의 값을 취하고 평균무게는 1.097g이며 변동계수는 2.1%이다.

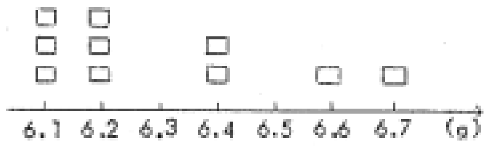
마찬가지로 동일한 갑에 들어 있는 10개의 여송연의 무게를 칭량하면 우리는 이것들이 완전히 동일한 무게가 되지 않는다는 것을 알 수 있다.(그림 2)

여기에서 평균치는 6.3g이고 범위는 0.6g(6.7~6.1)이며 변동계수는 3.3g이다.

여송연이나 권연의 무게의 차는 그리 큰 문제가 되지 않는다. 그러나 양모 top이나 실로부터 채취한 같은 길이의 시료의 무게의 차는 매우 중요한 문제이다.



<그림 1> 외견상 동일한 10개의 권연의 무게의 변동



<그림 2> 외견상 동일한 10개의 여송연의 무게의 변동

1.2 동일장의 섬유시료의 무게변동

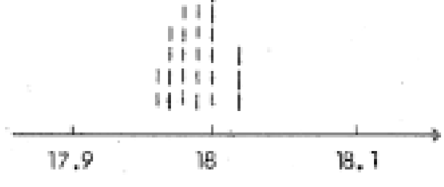
예로 다음의 무게 변동을 비교해 보자.

(a) 18g/m인 동전선의 1m길이의 무게를 연속적으로 측정한 것.

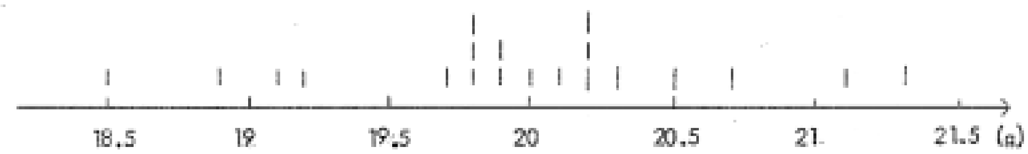
(b) 약 20g/m인 top의 1m길이의 무게를 연속적으로 측정한 것.

그림 3과 4는 이 주제를 잘 나타내는 것으로서 동선의 1m길이의 무게는 매우 균일하다.(그림 3, 평균; 17.989g, 범위; 18.52~21.31g, CV; 3.56%). 평행섬유로 된 구조에 의하여 top는 압출된 동선과 같이 균일하게 되지 않고 변동이 있게 된다.

실의 1m당 무게의 차는 더 커서 그 한계는 평균의 ±15% 정도이다.



<그림 3> 약 18g/m되는 동선 1m길이의 시료 30개의 무게의 변동



<그림 4> 약 20g/m되는 소모top 1m길이의 시료 20개의 무게의 변동

위의 예들은 동일장의 실에 대한 것으로 번수가 다를 때에는 변동도 달라진다는 것을 보인다. 그러므로 1m당 무게가 약 20g인 시료와 1m당 약 0.02g 즉 $\frac{1}{1000}$이 되는 실은 서로 주의없이 비교한다는 것은 현명한 일이 못된다.

1.3 번수변동에 대한 시료장의 영향

번수가 20tex(20mg/m)인 단사의 한 bobbin으로부터 길이가 각각 100m, 1m, 0.01m인 시료 50개씩 절단한다. 선경험에 의하지 않고도 시료장이 짧아질수록 시료무게의 변동이 커진다는 것을 알 수가 있다. 예를 들면 표 1과 같은 결과를 얻게 된다.

<표 1>

시료장	평균무게(g)	무게의 범위(g)	CV%
1cm	0.0002	0.00012-0.00028	21
1m	0.02	0.017-0.023	8
100m	2.0	1.88-2.12	3

시료장이 길어질 때의 무게 변동의 감소는 길이가 충분히 길어지면 실의 가는 부분과 굵은 부분이 서로 보상되고 여러 종류의 결점의 영향이 감소되기 때문이다. 섬유시료의 무게변동과 무게의 균일성이 시료장과 밀접한 관계가 있다는 것을 항상 염두에 두고 있어야 한다. 이것이 우리가 CV(혹은 분

산의 다른평가치)를 사용할 때 주의하여 시료장을 부기하는 이유이다. 예를 들어서 CV(1m) 혹은 CV(100m)와 같이 표시하면 모호한 점이 없어진다. 어느 경우에 있어서도 번수측정에 사용된 길이를 알아두는 것이 좋다.

1.4 단면의 변동

만일 위의 개념을 우선 매우 짧은 시료에 대하여 생각하고 더 나아가서 무한이 작은 시료에 까지 미치게 하면 우리는 “단면 변동”의 개념에 이르게 된다. 실의 무한이 얇은 단면에 있어서 무게 변동을 생각해 보자. 이러한 생각은 이론 혹은 실제적인 면에서 여러 가지로 유용하다. 그러나 이러한 작은 시편을 칭량할 수는 없으므로 기계 혹은 전자식균제도측정기(Regularimeter)(3절 참조)로 길이 약 1cm인 시료의 무게를 간접적으로 칭량할 수가 있다. 이러한 측정방법은 연속적이거나 불연속적이다

1.5 기타특성의 변동

위에서 논한 변동의 개념은 시료장이 주어졌을 때 실, Sliver, top의 단위길이당의 무게(혹은 질량)라는 물리적 변동에 관계가 있는 것이다.

섬유연구에 있어서 질량의 변동에 집중된 관심은 이것이 중요하다는 것을 설명해 준다. 그 중 실의 번수 즉 단위 길이당의 질량이 가장 중요한 특성이다. 섬유기술자는 실이 “가늘다” 혹은 “굵다”로 말하지 않고 이러한 주관적 가치를 저하시키고 직물과 편물의 외관을 상하게 한다. 또한 기타 특성들을 정확히 측정할 수는 없는지 하는 의문이 생긴다. 즉 실은 번수만으로는 충분히 설명할 수 없으므로 연수, 겉보기 직경, 탄성, 인장강도 및 모우성(hairiness)등을 측정하게 된다. 예를 들어서 역직기를 원활히 움직이려면 실의 탄성이 결정적인 인자가 된다는 것이 증명되었다. 결국 이것과 유사한 문

제를 조사할 때 이러한 특성의 변동과 특성을 연구할 수 있고 이 특성으로 실의 균제도를 생각할 수가 있다.

그러나 현재까지 시험기제작자와 연구자들의 노력은 질량의 균제도측정에 전념했었다. 따라서 이 논문은 이 문제에 대하여 주로 취급한다.

본문으로 들어가기 전에 아래의 논문은 별도로 말하지 않는 한, 평행섬유군 즉 소모 top, 슬라이버, 실(꼬임이 없는)에 관한 것이고 이것들을 섬유속(Strands of fibers)이란 속명으로 지칭한 다는 것을 지적해 둔다.

2. 불균제도의 수적 변동

2.1 통계적 원리의 개요

어떤 측정가능한 특성에 관한 섬유속의 불균일성 혹은 불균제도는 서유속에 연한 여러 다른 점에서 측정한 이 특성의 값의 변동과 밀접한 관계가 있다. 지금 몇 개의 수치로 된 군에 있어서 변동 또는 분산을 수치로 표시하는 문제는 기초통계분석에서 해결할 문제로서 다음과 같이 해결한다.

지금 N개의 측정치를 $X_1, X_2,$ ・・・・, X_N이라고 하면 이 값들의 중심적경향 즉 평균은 다음과 같이 하여 얻는다.

$$\mu_x = \frac{1}{N}(X_1 + X_2 + \cdots\cdots X_N) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

X_i의 분포도는 분산(Variance)

$$\delta x^2 = \frac{1}{N}[(X_1 - \mu_x)^2 + \cdots + (X_N - \mu_x)^2] \cdots (2)$$

혹은 분산의 (+)평방근인 표준편차, δ_x로 표시한다. 분산은 귀중한 대수적 성질을 갖고 있으나 그 차원은 X가 아니라 X^2이며 δ_x의 차원은 X이다.

또한 X_i의 산포도는 평균편차

$$Ux = \frac{1}{N}(|X_1 - \mu_x| + \cdots\cdots + |XN - \mu \times 1|) \cdots\cdots (3)$$

로 표시할 수가 있다. 이 통계치는 기초통계학에서는 많이 사용되지 않으나 불균제도측정기 제조자들은 특별한 관심을 갖는 것으로 용이히 이것을 이용한다.(이 논문 제 2편의 3.3 참조) 또한 산포도는 측정치 Xi의 가장 큰 값과 가장 작은 값의 차인 범위 RX로 표시할 수가 있다.

측정치 Xi가 모두 (+)일 때에는 표준화한(혹은 절대) 통계치 즉

표준화한 분포

$$Vx = \frac{\delta X^2}{\mu X^2} \cdots\cdots\cdots (4)$$

변동계수

$$CVx = \frac{\delta X}{\mu X} \cdots\cdots\cdots (5)$$

상대평균편차

$$Ux = \frac{Vx}{\mu x} \cdots\cdots\cdots\cdot (6)$$

표준화한 범위

$$Rx = \frac{rx}{\mu x}$$

를 사용하는 것이 편리한 때가 있다.

이 정의에 대하여 약간 부언하면 분산과 표준편차는 서로 다른 물리적차원을 가졌기 때문에 확실하게 서로 비교할 수는 없다. 한편 표준화한 분산과 CV는 무차원인 것으로 어느 것을 사용해야 한다는 우선적인 이유는 없지만 CV를 사용하는 거시 보통이다. 그러나 길이 방향의 평균제도(longitudinal Irregnlarity)는 표준화한 분산(분산-식장 곡선)으로 설명함이 일반적이다.

이론에 의하면 Ux와 CVx는 상당히 다른 값을 가질 수 있지만 실제로 대부분의 경우에는 크기의 정도가 같아서 다음과 같은 근사식을 사용할 수 있는 경우가 많다.

$$Ux \quad \frac{4}{5}CVx\,;CVx \quad \frac{5}{4}Ux$$

두 군의 측정치 $X_1{}'$와 Xk''에 있어서 μ'및 CV'를 전자의 평균치, 표준편차 및 변동계수라고 하고 μ'와 μ''의 차가 큰 경우에는 δ'간의 변동과 CV'와 CV''간의 변동은 서로 현저히 다를 수 있는 사실이다. 예를 들면 $\delta' < \delta''$일 때 $CV' < CV''$가 되는 경우이다.

예를 들면 다음 수치를 어떤 실로부터 채취한 길이 10cm의 10개의 시료에 대하여 계산한 번수(tex)라고 하자

15.9, 22.6, 29.1, 30.4, 19.6, 25.5, 27.6, 26.3, 24.8이 10개의 data에 대하여

μ'=24.54(tex) ; δ'=4.15(tex) ; CV'=0.169(=16.9%)가 된다.

또한 이 실을 만드는데 사용된 Sliver의 길이 10cm의 시료를 취하여 각각 번수(tex)를 구하면 305, 346, 287, 294, 256, 324, 306, 297, 289, 331이 된다.

또한 이 실을 만드는데 사용된 Sliver의 길이 10cm의 시료를 취하여 각각 번수(tex)를 구하면 305, 346, 287, 294, 256, 324, 306, 297, 289, 331이 된다. 이때에는

μ''=303.5(tex) ; δ''=24.21(tex) ; CV''=0.080(=8.0%)

즉 $\delta' < \delta''$; $CV' > CV''$

가 된다. 그러므로 번수에 있어서 싱느 절대치로 보면 Sliver보다 균일하고 상대치로 보면 Sliver가 더 균일하다.

이것은 실의 평균번수가 공정의 최초가 최후간에 상당히 변화한다는 것을 염두에 둘 대에는 실제적으로 중요하다.

2.2 연속불균제도

몇 개의 수치의 군에 대하여 생각한 위의 표현의 섬유속 불균제도의 수적 표현에는 적합하지 못한데 그것은 섬유속이란 그 특성이 각점에서 변하는

연속체이기 때문이다.

우선 이와 같은 종류의 변동을 정확하게 표현하는 방법에 대하여 생각한다. 치수(dimension)가 무시할 정도이므로 섬유속의 성질을 그 횡좌표(곡선)가 섬유속의 축에 일치하는 한 개의 변수로 표현할 수가 있으며 또 이것이 편리하다. 이때 속의 단면은 그 점에서의 횡좌표와 관계가 있다. 수적인 성질은 함수f(.)로 표시할 수 있으므로 횡좌표 X인 단면에 대한 값은 f(x)로 된다.

이러한 관점에서 볼 때 두 종류의 함수를 구별하는 것이 편리하다. 즉 첫째는 각 X에 대하여 f(x)가 직접 계산되는 것으로 거의 평행한 섬유로 된 섬유속에 대하여 예를 들면 다음과 같다.

횡좌표 X인 단면에 있는 섬유수; n(x), 횡좌표 X인 단면에 있는 섬유의 전면적 : A(x).[A(x)는 전 n(x)의 면적의 합이다] 두번째는 f가 밀도인 경우 필연적으로 신장된 양의 값과의 관계에만 의하여 f(x)가 정의되는 것에 대한 것으로 예를 들면 국부번수(local Count ; 선질량밀도 또는 국부질량 또는 한점에서의 번수라고도 함) T(x)는 횡좌표 X와 Y간의 섬유속의 전질량, 즉 함수 M(X, Y)에 정의된다.

즉 $$T(x) = \lim_{h,k \to 0} \frac{M(x-h, x+k)}{h+k}$$

$$M(x,y) = \int_x^y T(t)dt$$

그러므로 T(x)의 차원은 ML^{-1}이다.

또 한 예를 들면 체적 B(x)는 일정압력하에 있는 일정장의 섬유속이 점유하는 용적밀도로 정의되는 것으로 V(x,y)를 횡좌표 x와 y간의 부분의 체적이라고 하면

$$V(x, y) = \int_x^y B(t)dt$$

가 된다. 한가지 예를 더 들면 선형용량밀도 $\gamma(x)$로서 이것은 국부번수를 직

접 측정할 수 없을 때 전자식 균제도 측정기에 의하여 측정되는 것으로 다음과 같이 정의된다. 즉 C(x,y)는 상당히 긴 평행판 축전기 사이에 섬유속의 x,y부분을 삽입했을 때의 전기 용량의 변화이다.

즉 $C(x,y)=\int_x^y \gamma(t)dt$

어떤 주어진 물질에 대하여 T(x), A(x), B(x), γ(x)의 양이 거의 일정비율로 변하는 것은 섬유속의 불균제도 측정장치제작자에게는 매우 유용한 사실이다.

(주) 두번째 예에 해당하는 것으로 엄밀히 말하면 밀도가 존재하지 않는 것이 있는데 그것은 단면 x와 y간에 있는 섬유선단(Fiber heads)의 수 N(x,y)이다. 확실히

$$\lim_{h,k\to 0} N(x-h, x+k)$$

의 값은 일반으로 영이고 결코 1이 되지 않는다. 그러나 이것 때문에 기초통계학의 많은 저자들이

$$N(x,y)=\int_x^y V(t)dt$$

로 정의되는 섬유선단의 밀도, V(t)를 소개하지 못하는 것은 아니다. 그러나 이것은 추천할만한 것이 되지 못한다.

그러므로 f(·)를 위에서 설명한 것과 같은 종류의 연속변수라고 하면 상당히 긴 길이 L(0≤x≤L)의 섬유속의 평균치 μf는 다음식으로 주어진다.

$$\mu f=\frac{1}{L}\int_o^L f(x)dx \cdots\cdots\cdots (7)$$

이 식의 (1)식에의 근사도는

$$\int_o^L f(x)dx \quad \sum_{i=1}^{p}\frac{L}{P}f(\frac{iL}{P})$$

를 생각하면 곧 명확해 지는 것으로 p가 증가하면 근사도는 더욱 확실해 진

다.

그러므로

$$\mu f \quad \frac{1}{p}\sum_{1}^{p} f(\frac{iL}{p})$$

같은 방법으로 f의 분산 δ_f^2와 평균편차 Uf는

$$\delta_f^{\,2} = \frac{1}{L}\int_0^L [f(x) - \mu f]^2 dx \cdots\cdots\cdots(8)$$

$$Uf = \frac{1}{L}\int_o^L |f(x) - \mu f| dx \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

표준화한 분산, 변동계수, 상재평균편차는 식 (4),(5),(6)과 같다.

연속변수에 대하여 위에서 정의된 통계치들은 유한개의 수에 대하여 정의된 해당치와 같은 성질을 가지고 있다.

어떤 한 점에서의 크기는 실제로 작은 간격에 대하여 취한 평균을 사용치 않고서는 측정할 수 없다는 것은 위에서 지적되었다. 그러나 사실상 이것의 수적영향은 일반적으로 무시한다.

이와 마찬가지로 식(7), (8), (9)에서 정의되 평균치들은 실제로는 측정할 수가 없다. 예를 들면 임의의 일단의 top에 대한 μ_T를 구하기 위해서는 전질량 P와 전장 L를 측정하는 것이 필요하다. 그리고 μ_T=P/L을 계산해야 한다. 이와 같은 간단한 경우에 있어서도 실제적으로 조작이 불가능하다. 요약해서 말하면 식(7),(8),(9)에 의하여 정의된 양은 이것을 기억해 두면 도움이 되지만 측정할 수는 없고 다만 추정할 수만 있는 모집단치(Population Parameter)이다. 그러므로 발취과정이 사용된다. 점 X_1, ・・・・,X_N가 $X_1 < +h < X_2 < X_2+h < \cdot\cdot\cdot\cdot < X_N < X_N+h$, ・・・・・

일 때 각점에 위치한 적당한 길이 h에 대한 N개의 측정치를 얻음녀 그 크기

$$fi = \frac{1}{h}\int_{xi}^{xi+h} f(x)dx$$

가 결정되므로 μ$_f$는 기초공식

$$mf = \frac{1}{N}(f_1 + f_2 \cdots\cdots f_N)$$

에 의하여 결정된다.

이 방법에 의한 γ_f의 유도는 많은 문제를 포함하면 그 해는 불균제도의 연구를 필요로 하지만 다음 식을 고찰해 보는 것은 확실히 도움이 된다.

$$D_1{}^2,1 \equiv \frac{1}{h}\int_{xi}^{xi+h}[f(t) - mf]^2 dt$$

$$S_1{}^2 \equiv \frac{1}{N}(D_1{}^2,1 + \qquad + DN_2,1)$$

$$D_1{}^2,2 \equiv \frac{1}{h}\int_{xi}^{xi+h}[f(t) - fi]^2 dt$$

$$S_2{}^2 \equiv \frac{1}{N}(D_1{}^2,2 + \qquad + DN^2,2)$$

δf^2은 $S_1{}^2$에 의하여 추정해야 한다. 그러나 S12을 구하기는 어려우므로 $S_2{}^2$으로 만족하지 않으면 안된다. 더구나 잘 알려진 기초적인 통계공식

$$S12 = S22 + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(fi - mf)^2$$

에 의하여 수정을 가할 수 가 있다. 같은 문제는 uf에 대해서도 생각할 수가 있다. 참으로 이보다 더욱 근사한 방법이 요구되며 실제로 유용하게 하기 위해서는 이 절의 수식은 거의 불가피하게 애너러그 계산기(Analogue Computer)를 사용하여 급속히 계산되어야만 한다. 그러므로 식

$$\frac{1}{h}\int_{zi}^{xi+h} f(x)dx \text{ 는 } \int_{o}^{L} Hh(x - xi)f(x)dx$$

즉 $Hh(x)=\frac{1}{h} \qquad 0 \leq x \leq h$

$\qquad =0 \qquad$ 기타역

으로 쓸 수가 있다. 그런데 핵(Kernerl) Hh(x)는 이상적인 급구배의 핵(그림 5A)이므로 에너러그 계산기로는 물리적으로 얻을 수가 없다. 그리하여 순조

로운 핵 H※(X)로 대치한다.

이것은 Hh(X)와 같이

$$\int_{o}^{L} H※dx=1$$

의 성질을 갖는다. 다음

$$\int_{o}^{L} H※(x-xi)f(x)dx$$

을 계산한다.

표준폭(그림 5(B))을 정의하는 것이 합리적으로 가능하도록 이 핵의 형을 Hh(x)의 형에 근사시키면 “점대점”형 애너러그 적산기가 된다.

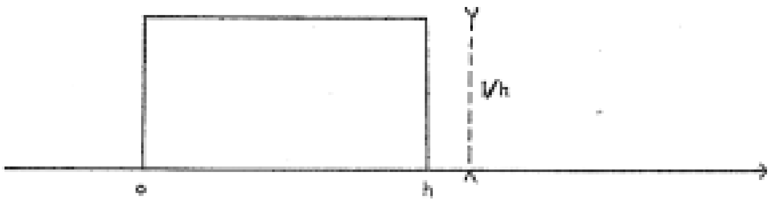


그림 5(a)
Ideal Steep Kernel, Hh(X)

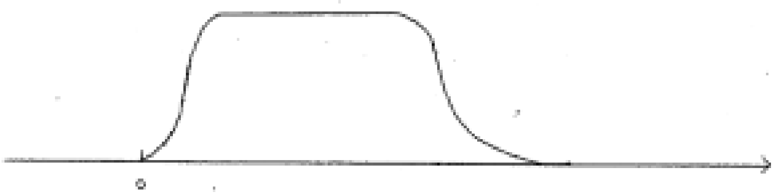


그림 5(b)
Smoothed kernel H※(X)

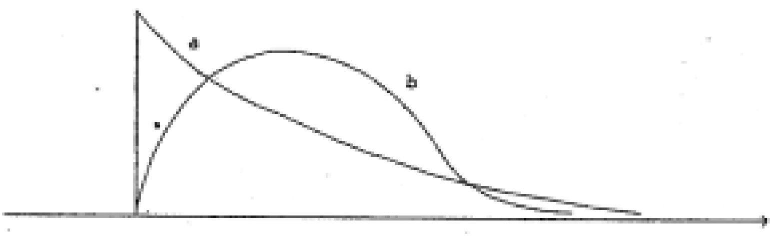


그림 5(c)
Exponetial Kernels

그러나 흔히 식(10)의 성질을 제외하고는 Hh(x)와 공통점이 전혀 없는 핵H※(x)가 사용된다. 예를 들면 R-C회로(그림 5.C의 곡선b)로부터 생기는 지수핵이다.

가장 이상적인 것은 이러한 “훼이드기억”(Fading-memory)적산기에 의하여 얻어지는 양은 일반적으로 이론적인 급구배 핵에 해당하는 양과 같은 성질을 갖고 있다는 점이다.