

섬유수학

- 섬 유(4) -

2.2.4 투사현미경(projection microscope)에 의한 단면적 측정

10개 또는 그 이상의 섬유단면의 영상을 투사시켜 그래프용지에 그리고, 각 섬유단면이 차지하는 사각형의 개수를 세어 평균을 구한 다음 대물측미계를 이용하여 그래프용지의 사각형의 실제 길이 (μm)를 구해 단면적(μm^2)을 계산해서 그 단위를 cm^2 로 환산하여 다음 식으로 선밀도(mtex)를 구한다.

$$a \times 10^8 \times \rho \cdots \cdots \cdots (1)$$

다만, a : 단면적(cm^2), ρ : 섬유의 밀도

식 (1)은 다음과 같이 증명할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{단면적이 } a(\text{cm}^2)\text{인 섬유 } 1\text{km의 부피}(\text{cm}^3)\text{는 } a \times 10^5 \text{ cm}^3, \text{ 무게} = \text{부피} \times \text{밀도} \\ &= a \times 10^5 \times 10^3 \times \rho = a \times 10^8 \times \rho \end{aligned}$$

만약 단면적의 단위를 μm^2 로 하면 선밀도는 다음 식이 된다.

$$\text{선밀도} = a \times \rho \cdots \cdots \cdots (2)$$

다만 a 는 μm^2 로 나타낸 단면적이고 ρ 는 g/cm^3 으로 나타낸 밀도이다.

이렇게 되는 이유는 $1\mu\text{m} = 1\text{cm} \times 10^{-4}$, $1\mu\text{m}^2 = 1\text{cm}^2 \times 10^{-8}$ 이기 때문이다.

[예제 6]

어떤 섬유의 단면적을 투영법에 의해 측정하였더니 $124(\mu\text{m}^2)$ 이었다. 이 섬유의 밀도가 $1.38(\text{g/cm}^3)$ 이면 선밀도는 얼마인가?

$$\text{선밀도} = 124 \times 1.38 = 171\text{mtex}$$

2.2.5 접안망상측미계(eyepiece net micrometer)의 이용

보통 사용하는 접안렌즈 측미계 대신 정사각형으로 분할된 디스크를 끼워 대물측미계에 대한 보정을 실시하면 각 정사각형 면적을 구할 수 있다. 이때 망상측미계에서의 정사각형 1개의 면적 (μm^2)이 마이크로미터지수이다. 실제 면적은 정사각형의 개수를 세면 되는데, 정사각형의 반 또는 그 이상으로 걸쳐있는 1개로 하고 그 이하일 경우에는 무시한다.

2.2.6 비례법칙의 이용

가. 단면적이 다를 경우

선밀도는 섬유 1km의 무게로 정의 된다. 여기서 일정한 것은 섬유길이 1km이다. 무게는 단면적과 밀도에 따라 달라지는데, 만약 밀도가 일정하다면 선밀도는 단면적에 비례한다.

[예제 7]

a_1 은 선밀도가 200mtex인 섬유의 단면적이며 그 값은 $160(\mu\text{m}^2)$ 이다. 밀도가 같고, 단면적 a_2 가 $240(\mu\text{m}^2)$ 인 섬유의 선밀도는?

$$\text{선밀도} = 200 \times \frac{a_1}{a_2} = 200 \times \frac{240}{160} = 300\text{mtex}$$

나. 직경이 다를 때

단면적은 모르지만 직경이 다를 경우에는 선밀도가 직경의 제곱에 비례함을 이용한다.

[예제 8]

선밀도가 230mtex인 섬유의 직경이 $13\mu\text{m}$ 이다. 직경이 $20\mu\text{m}$ 로 같은 종류인 섬유의 선밀도는?

선밀도는 직경의 제곱에 비례하므로

$$\text{선 밀도} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = 230 \times \frac{20^2}{13^2} = 230 \times \frac{400}{169} = 545 \text{m tex}$$

다. 밀도가 다를 때

2종류의 섬도가 첫수는 유사하나 밀도가 다른 경우, 선밀도는 밀도에 비례하기 때문에 간단히 계산된다.

[예제 9]

섬유 A와 B는 첫수는 같은데, A의 밀도는 1.32이고 B의 밀도는 1.4이다. 섬유 A의 선밀도가 240m tex라면 섬유 B의 선밀도는?

섬유 A의 밀도를 ρ_1 , B의 밀도를 ρ_2 라 하면,

섬유 B의 선밀도는 다음과 같다.

$$\text{섬유 B의 선밀도} = 240 \times \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} = 240 \times \frac{1.4^2}{1.32^2} = 254 \text{m tex}$$

라. 직경과 밀도가 다른 경우

예제를 통해 알아보기로 한다.

[예제 10]

단면이 원형인 어떤 섬유는 직경이 $14 \mu\text{m}$, 밀도가 1.38, 선밀도가 212m tex이다. 또 다른 원형단면의 섬유는 직경이 $16 \mu\text{m}$, 밀도가 1.32이다. 비례법칙을 이용하여 이 섬유의 선밀도를 구하라

$$\text{선 밀도} = 212 \times \frac{16^2}{14^2} \times \frac{1.32}{1.38} = 264 \text{m tex}$$

2.2.7 섬유의 평균직경과 평균선밀도

현미경을 이용하여 섬유의 직경을 측정한 후 선밀도를 계산할 때 틀리지

않도록 각별히 주의를 해야 한다. 이해를 돕기 위해서 직경이 극단적인 수치를 예로 들어 살펴보자

[예제 11]

섬유3올의 직경을 측정한 결과, 10, 20 및 30 μm 였다. 섬유의 밀도가 1.5g/cm³이라면 평균선밀도는 얼마인가?

$$\text{평균 직경} = (10+20+30)/3=20 \mu\text{m}$$

식 (2)를 이용하면 선밀도는 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\pi \times 20^2}{4} \times 1.5 = 471 \dots\dots\dots (1)$$

이 값이 과연 정확한 선밀도인가? 섬유 각각의 선밀도(mtex)를 계산하면

직경이 10 μm 인 섬유 : 118mtex

직경이 20 μm 인 섬유 : 471mtex

직경이 30 μm 인 섬유 : 1,060mtex

그러므로 평균선밀도는

$$\frac{118+471+1,060}{3} = 550\text{mtex} \dots\dots\dots (2)$$

(1)과 (2)의 답은 왜 차이가 날까? 그 이유는 선밀도가 직경에 비례하는 것이 아니라 직경의 제곱에 비례하기 때문이다. 따라서 정확한 답을 얻기 위해서는 직경의 제곱평균근(root mean square)을 구해야 한다.

10, 20과 30의 r.m.s는 다음과 같다.

$$\text{r.m.s} = \sqrt{\frac{10^2 + 20^2 + 30^2}{3}} = \sqrt{467} = 21.6$$

그러므로

$$\text{평균선밀도} = 21.6^2 \times \frac{\pi}{4} \times 1.5 = 550 \text{mtex}$$

다음 예를 통해서 다시 한번 살펴보자.

[예제 12]

<표 6>의 자료는 길이는 비슷하지만, 밀도가 다른 두 종류의 혼용섬유를 실험하여 얻은 결과이다.

<표 6> 혼용율 시험결과

섬유 A

d	f	f×d	d ²	f×d ²
11	12	132	121	2,652
12	42	504	144	6,048
13	110	1,430	169	18,590
14	48	672	196	9,048
15	14	210	225	3,150
	226	2,948		39,848

섬유 B

d	f	f×d	d ²	f×d ²
9	11	99	81	891
10	101	1,010	100	10,100
11	150	1,650	121	18,150
12	94	1,128	144	13,536
13	14	182	169	2,366
	370	4,069		45,043

d: 투시현미경의 스크린(500배) 상에서 측정한 섬유의 직경(mm)

f : 도수

$$\text{섬유 B의 혼용율(\%)} = 100 - \text{섬유 A의 혼용율} = 62\%$$

섬유 A의 밀도는 1.32g/cm^3 , 섬유 B는 1.38g/cm^3 이며 단면은 두 종류 섬유 모두 원형이다. 투영현미경의 스크린에 상을 투사하여 직경을 측정하였는데, 스크린에서의 배율은 500배이다. 이 경우에

- (a) 섬유수에 의한 혼용율
- (b) 섬유무게에 의한 혼용율
- (c) 섬유의 평균직경(μm)
- (d) 섬유의 선밀도를 각각 구하라.

- (a) 섬유수에 의한 혼용율

섬유수 A : 226 총합계 : 596

B : 370

$$\text{섬유 A의 혼용율(\%)} = \frac{226}{596} \times 100 \approx 38\%$$

- (b) 섬유무게에 의한 혼용율

섬유의 무게를 계산하기 위한 섬유의 길이가 주어지지 않았지만, 두 섬유 모두 길이가 같기 때문에 무게는 단면적에 비례한다고 볼 수 있다. 그러므로 무게비는 총 단면적에 대한 비와 같은 것이다. 각 구간에 해당하는 섬유의 무게는 $fd^2 \times \pi/4 \times \text{밀도}$ 에 비례한 것이므로, 각 섬유의 총 무게는 모든 구간에 대해서 $fd^2 \times \pi/4 \times \text{밀도}$ 의 합에 비례한다. 따라서,

$$\text{섬유 A의 무게} : 39,848 \times \pi/4 \times 1.32 = 41,310$$

$$\text{섬유 B의 무게} : 45,043 \times \pi/4 \times 1.38 = 48,820$$

이 둘을 합하면 $41,310+48,820 = 90,130$

그러므로 섬유 A의 혼용율 $= \frac{41,310}{90,130} \times 100 = 45.8\%$

섬유 B의 혼용율 $= \frac{48,820}{90,130} \times 100 = 54.2\%$

(c) 섬유의 평균직경

섬유 A의 평균직경 $= \frac{fd의\ 합계}{226} = \frac{2,948}{226} = 13.04$

그런데 이 값은 500배 배율의 스크린상에서 측정된 길이(mm)이므로 실제 직경(μm)은

$$\frac{13.04 \times 10^3}{500} = 26.08\mu m$$

섬유 B의 평균직경 =

$$\frac{4,069}{370} \times \frac{10^3}{500} = 22\mu m$$

(d) 섬유의 선밀도

선밀도(mtex) = 단면적(μm^2) $\times$ 밀도(g/cm^3)

섬유의 평균선밀도를 구하기 위해서는 평균단면적을 알아야 한다. 그렇다고 평균직경을 제공해서 $\pi/4$ 를 곱해 평균단면적을 구하면 틀린다. 앞의 예제에서도 설명한 것처럼 직경의 r.m.s를 구해야 한다. 예를 들어 2개의 원을 생각해 보자. 하나는 직경이 2단위이고 또 하나는 4단위인 때 평균직경은 $(2+4)/2$ 즉, 3단위이다. 직경이 3단위인 원의 면적은 $\pi/4 \times 3^2 = 7.06(\text{단위})^2$ 이다. 그런데 각각의 원의 단면적은 $\pi/4 \times 2^2$ 과 $\pi/4 \times 4^2$ 이다. 즉 3.14와 12.56이며 이것의 평균은 7.85가 되어 앞서 구한 7.06과는 다르다. 그런데 두 섬유직경의

$$r.m.s = \sqrt{\frac{2^2+4^2}{2}} = \sqrt{10} = 3.162(\text{단위}). \text{ 이 때의 단면적은 } 3.162^2 \times \pi/4 = 10 \times$$

$0.785 = 7.85(\text{단위})^2$ 이 되어 실제의 평균면적과 일치한다. 이 사실을 명심하고 섬유 A와 B의 선밀도를 계산해 보자

섬유 A의 경우, 스크린상에서 측정된 직경의 r.m.s = $\sqrt{39,848/226} = 13.28\text{mm}$, 이 값은 실제 값의 500배 이므로 실제 값(μm)은 500으로 나누고 1,000을 곱한다

$$(13.28/500) \times 1,000 = 26.56 \mu\text{m}$$

$$\text{그러므로 선밀도는 } \pi/4 \times 25.56^2 \times 1.32 = 731\text{mtex}$$

섬유 B의 경우, 위와 같은 방법으로 계산하면 선밀도 = 529mtex가 된다.

[예제 13]

다음 섬유의 섬도를 구하여 비교하라.

(a) $200 \times 10^{-8}\text{g/cm}$ 인 면섬유(밀도 1.5g/cm^3)

(b) 단면적이 $0.9 \times 10^{-5}\text{cm}^2$ 인 마섬유(밀도 1.5g/cm^3)

(c) 직경이 $18 \mu\text{m}$ 인 양모섬유(밀도 1.3g/cm^3)

(d) $4\frac{1}{2}\text{denier}$ 인 아크릴섬유(밀도 1.19g/cm^3)

(e) 0.5tex 인 비스코스 레이온섬유(밀도 1.5g/cm^3)

섬도를 비교하기 위해서는 표준단위로 환산해주어야 하는데 (e)항의 mtex가 그것으로 그 밖의 용어들은 점차 사용되지 않고 있다.

(a) 면섬유 : 1cm 의 길이가 $200 \times 10^{-8}\text{g}$ 이므로 1km 의 무게는 $200 \times 10^5 \times 10^3 \times 10^{-6}\text{mg} = 200\text{mg}$, 그러므로 선밀도는 = 200mtex

(b) 마섬유 : 섬유 1km 의 부피는 $0.9 \times 10^{-5} \times 10^5\text{cm}^3$, 밀도가 1.5g/cm^3 이므로 무게 (mg)는 $0.9 \times 10^{-5} \times 10^5 \times 1.5 \times 10^3 = 1,350$ 선밀도 = 1,350mtex

(c) 양모섬유 : 단면적(μm^2) = $18^2 \times \pi/4$

$$\text{선밀도} = \text{단면적}(\mu\text{m}^2) \times \text{밀도} = 18^2 \times \pi/4 \times 1.3 = 331\text{mtex}$$

(d) 아크릴섬유 : 데니어(D)의 정의는 섬유길이 9km 에 해당하는 무게(g)이

므로 4.5D인 섬유 1km의 무게(mg)는 $\frac{4.5 \times 10^3}{9} = 500$ 이 값이 바로 선밀도 이다.

(e) 비스코스 레이온 : tex는 섬유의 섬도를 나타내는 표준용어이며, 1mtex는 1tex의 1/1,000이다 따라서 $0.5\text{tex} = 500\text{mtex}$

섬도를 크기 순서대로 정리해서 표를 만들면 다음과 같다.

섬유	섬도
면	200mtex
양모	331mtex
비스코스레이온	500mtex
마	1,350mtex

3. 인장강력(tensile strength)

3.1 절단힘(breaking force)

섬유의 인장강력은 섬유를 절단하는데 필요한 단위면적당의 힘이다.

인장강력에 섬유의 단면적을 곱하면 섬유를 절단하는데 필요한 힘이 된다.

[예제 14]

200mtex인 나일론섬유의 인장강력은 $8 \times 10^4 \text{N/cm}^2$ 이다. 절단힘을 mN으로 계산하라. 다만, 나일론 밀도는 1.14g/cm^3 으로 가정한다.

섬유가 절단되기 전까지 인장력(tensile force)은 단면적과 관계가 있다. 그런데 선밀도 = 면적(μm^2) $\times$ 밀도(g/cm^3)이므로 단면적 = $200/1.14(\mu \text{m}^2)$ =

$$\frac{200 \times 10^{-8}}{1.14} \times 8 \times 10^4 \times 10^3 \text{mN}$$

$$= 140 \text{mN} (\text{약 } 14.3 \text{gf})$$

3.2 강도(tensity)

여러가지 섬유인 인장특성을 비교하기 위해서는 섬유의 강력을 단위선밀도에 대한 절단힘인 강도로 표시하는 것이 편리하다. [예제 14]의 경우, 절단힘은 140mN이고 선밀도는 200mtex이므로 강도(mN/tex)는 $140 \times 1,000/200 = 700\text{mN/tex}$ 이다.

3.3 하중-신장 및 응력-변형을 곡선

하중 - 신장곡선(load-extension curve)을 응력-변형곡선(stress-strain curve)로 변화시키려면 그래프의 눈금을 변경시키면 된다.

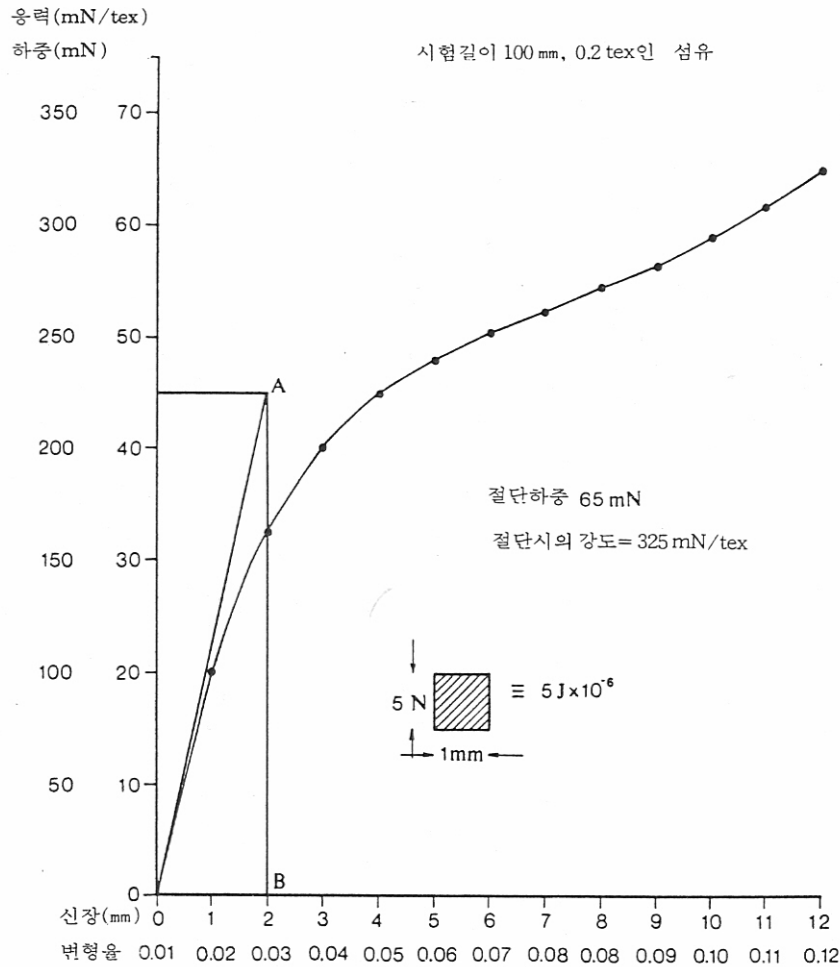
[예제 15]

0.2tex인 섬유를 파지거리 100mm로 해서 인장시험을 하여 다음 자료를 얻었다.

신장 (mm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
하중 (mN)	20	32.5	40	45	48	50.5	52.5	54	56.5	59	62	65 (절단)

이 자료를 이용하여 하중-신장곡선을 그리고, 이것을 응력-변형곡선으로 변환시켜라. 그리고 초기인장계수와 파단일을 구하라.

하중-신장곡선은 <그림 8>과 같은데, x, y축에서 안쪽에 있는 눈금은 각각 신장(mm)과 하중(mN)을 가리킨다. 이 곡선의 x,y축의 단위를 바꾸면 응력-변형곡선이 된다. 즉 응력 = 하중(mN/선밀도(tex))이므로 y축의 눈금은 하중을 0.2로 나누면 되고, 변형율 = 늘어난 길이/최초길이 이므로 x축의 눈금을 0.01로 나누면 구해지는데 단위는 없다.



<그림 8> 섬유의 하중-신장 및 응력-변형율 곡선

3.4 초기인장계수(initial tensile modulus)

이것은 매우 중요한 성질로서 적은 힘에 대한 섬유의 저항을 의미한다. 실제 신장면에서 섬유에 가해지는 힘은 절단시킬 정도의 큰 힘보다는 오히려 반복해서 가해지는 적은 힘이다. 계수는 응력-변형율곡선의 원점 부근에서의 응력/변형율이다. <그림 8>에서는 원점에서 곡선에 대한 접선인 OA의 기울기가 바로 초기인장계수이다. 이 영역에서 섬유는 Hook의 법칙을 따른다.

$$\text{초기 인장계수} = \frac{OA}{OB} = \frac{225}{0.02} = 11,250 \text{ mN/tex}$$

변형율은 단위가 없으므로 초기 인장계수는 응력과 같은 단위(mN/tex)를 가지며, 이 값이 클수록 적은 힘에 대한 저항이 크다는 것을 의미한다.