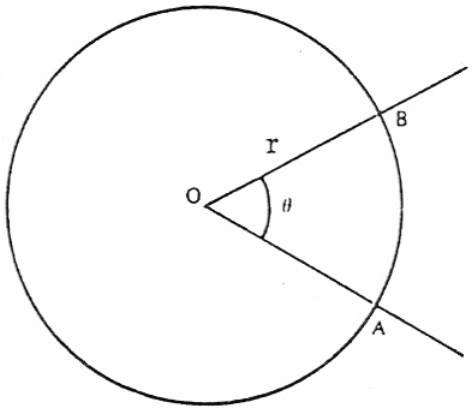
섬유수학

- 기구의 요소(3)-

4. 원운동(circular motion)

원운동을 학문적으로 취급할 때는 각변위의 단위로서 라디안(radian)을 사용한다. 원의 중심으로부터 원주에 2개의 반지름을 그어 원호의 길이가 이 원의 반지름과 같아질 때 두 반지름 사이의 각도를 1rad. 이라 한다. 원주의 길이는 반지름의 2π 배가 되므로 $360° = 2\pi$가 된다. <그림 9>

$$1 \text{ rad.} = 360/2\pi = 57.3°$$



<그림 9> 원과 라디안

<그림 10> 직기의 작동시간을 나타내는 크랭크 축의 회전

따라서 원운동에서 사용되는 기호는 다음과 같다.

θ : rad. 단위의 각도

w_1 = 초 각속도(rad/s)

w_2 = 종 각속도(rad/s)

a = 각속도(rad/s^2)

t = 시간

원운동에서의 운동방정식은 선운동(linear motion)에서와 마찬가지로 유도된다. 다음은 선운동과 원운동에 대한 운동방정식을 비교하여 나열한 것으로서 서로 공통성을 가지고 있다.

선운동	원운동
$v = v + at$	$w_2 = w_1 + at$
$s = vt + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = w_1 t + \frac{1}{2}at^2$
$v^2 = u^2 + 2as$	$w_2^2 = w_1^2 + 2a\theta$

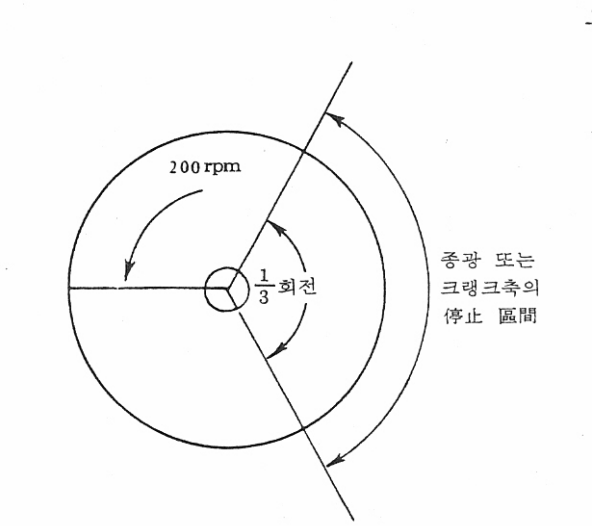
공장에서는 각의 측정에 rad. 단위를 사용하지 않고 회전수로 나타내는 것이 더 편리하다. 때로는 각도(°)로서 나타내는 것이 좋을 때도 있다. 예를 들어 직기의 타이밍에서는 프런트 센터(front center) 또는 북침의 시기를 도(°)로 표시하기로 한다.

[예제 5.6]

어떤 직기의 200ppm(picks/min)으로 가동되고 있으며, 개구장치는 1/3피크(pick)동안 순간적으로 정지되도록 한다. 크랭크 축이 정지상태에 있는 시간을 구하라

직기에서는 1피크는 크랭크 축의 1회전과 일치되며, 직기의 속도는 통상 ppm으로 표시한다. 크랭크 축이 1회전하는데 걸리는 시간은 1/200분, 즉, 60분/200초이다. 그러므로 1/3피크 동안의 정지시간은

$$\frac{60}{200} \times \frac{1}{3} = 0.1s$$



<그림 10> 직기의 작동시간을 나타내는 크랭크 축의 회전

[예제 7]

소면실린더가 165rpm으로 회전하고 있다. 동력을 절단시킨 후 실린더는 1.7분동안 140회전을 하고 정지되었다. 소면실린더의 각 감속도를 구하라.

초속도 w_1은 rad/s 단위로

$$w^1 = \frac{2\pi \times 165}{60}$$

종속도 w_2=0, 시간 t = 60 = 102s 이므로, 이 값을 운동방정식에 대입하면

$$w_2 = w_1 + at, 0 = \frac{2\pi \times 165}{60} + 102a$$

따라서

$$a = -\left(\frac{2\pi \times 165}{60}\right) \times \frac{1}{102} = -0.17 \text{rad/s}^2$$

[예제 8]

[예제 7]에서 각 수치를 식 $w_2^2 = w_1^2 + a\theta$에 대입하면 정보로 주어진 140회전이 정확하다는 것을 점검할 수 있다.

$$0 = -\left(\frac{2\pi \times 165}{60}\right)^2 \times 2 \times (-0.17) \times \theta = (5.5\pi)^2 - 0.34\theta$$

그러므로,

$$\theta = \frac{(5.5\pi)^2}{0.34} = 880 \text{rad.}$$

회전수로 표시하면

$$\frac{880}{2\pi} \fallingdotseq 140 \text{회전}$$

각변위가 각도 단위로 주어졌을 때 시간(s : 초)을 간단히 계산할 수 있는 식이 사용된다. N을 회전수, θ를 도(°)로 나타낸 각변위라고 하면

$$\text{시간 } t = \frac{60 \times \theta}{n \times 360} = \frac{\theta}{6n} (s)$$

[예제 9]

어떤 지기에서 북은 크랭크 축이 210° 회전하는 동안 북집에서 반대편 북집까지의 거리 180cm를 움직인다. 직기속도가 190ppm일 때 북의 평균속도를 구하라

북이 180cm를 움직이는데 소요되는 시간은

$$t = \frac{210}{6 \times 190} s$$

그러므로

평균속도 = 거리/시간 = 180×6×190/210

= 980cm/s = 9.8m/s

여기서의 답은 북이 개구를 통과하는 동안의 북속도가 아니라 북의 평균속도라는 것을 유념해야 한다. 북의 속도는 0으로부터 시작되므로 최대 속도에 이르는데는 얼마만큼 시간이 걸린다. 이 예제의 조건에서의 북의 최대 속도는 13.5m/s 정도 될 것이며, 이 속도는 반대편 북집에 도달하기 전까지 마찰 등으로 인한 약간의 감속을 받은 후 셔틀박스에 도착되는 수간에 스웰(swell)과 피커에 의해 급격히 감속된다.

<예제 10>

어떤 하트(heart)형 캠이 1/2회전하는 동안 플로어(follower)를 일정한 속도로 밀어올린 후 1/2회전 동안 다시 내려가도록 한다. 플로어의 최대변위가 0.9cm이고 캠의 회전수가 30rpm일 때 플로어의 속도를 구하라.

$\frac{1}{2}$회전(즉 180°)에 걸리는 시간은

$$\frac{180}{6 \times 30} = 1.0s$$

플로어의 최대변위가 9cm이므로 1초동안 플로어가 움직인 거리가 9cm이다. 따라서 플로어의 속도는 9cm/s가 된다.