

섬유수학

- 기구의 요소(15) -

10.2.2 속 도

속도는

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (\text{다만, } s: \text{변위, } t: \text{시간})$$

으로 주어지며 다음과 같이 변형시킬 수 있다.

$$v = \frac{ds}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

시간에 대한 각도의 변화 $d\theta/dt$ 는 각속도 ω 이므로 여기에 식 (14)를 도입하면

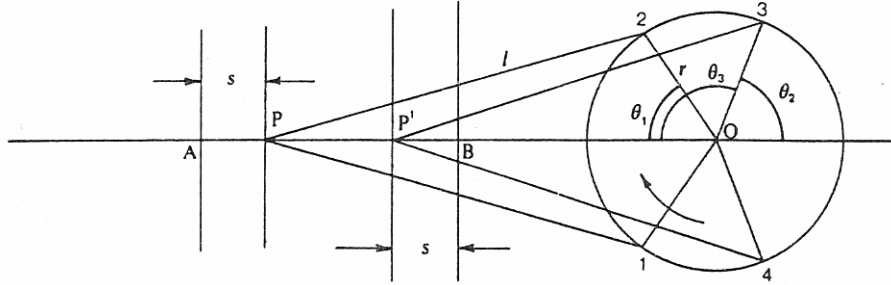
$$\begin{aligned} v &= \omega \cdot \frac{ds}{d\theta} \\ &= \omega \left(r \sin \theta + \frac{r^2 \sin^2 \theta}{2l^2} \right) \\ &= \omega r \left(\sin \theta + \frac{r \sin^2 \theta}{2l} \right) \end{aligned}$$

위 식을 SHM의 $v = \omega r \sin \theta$ 와 비교해 본다. 식(15)에서 l/r 을 n 으로 표시하면

$$v = \omega r \left(\sin \theta + \frac{\sin^2 \theta}{2n} \right) \dots \dots \dots (16)$$

으로 되어 n 이 충분히 크면 이 식은 단진동 운동식에 근사함을 알 수 있다. <그

림 56>에서 크랭크 핀의 선속도 $V = \omega r$ 이므로 식(16)은 다음과 같이 변형된다.



<그림 56> 크랭크 및 연결 로드예 의한 운동의 분석

$$v = V \left(\sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2n} \right) \dots \dots \dots (17)$$

10.2.3 가속도

가속도는

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{dv}{d\theta} = \omega \frac{dv}{d\theta}$$

으로 주어지며 여기에 식 (15)을 대입하면

$$\begin{aligned} \omega \frac{dv}{d\theta} &= \omega^2 r \left(\cos \theta + \frac{2r \cos 2\theta}{2l} \right) \\ &= \omega^2 r \left(\cos \theta + \frac{\cos 2\theta}{n} \right) \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

그러므로 가속도는

$$a = \frac{V^2}{r} \left(\cos \theta + \frac{\cos 2\theta}{n} \right) \dots \dots \dots (19)$$

또 다시 가속도는 SHM에서의 가속도

$$a = \omega^2 r \cos \theta$$

와 유사함을 발견할 수 있다.

10.2.4 속도와 가속도의 최대치 및 최소치

$\sin \theta$ 가 최대치(즉, $\theta = 90^\circ$, $\sin \theta = 1$) 일 때 속도는 최대가 된다. 식(15)에서 $\sin \theta = 1$ 이면

$$v = \omega r(1+0) = \omega r$$

로써 속도는 최대가 되며, 반대방향에서의 최대속도는 $\theta = 180^\circ$ 및 $\theta = 270^\circ$ 일 때이다.

$\cos \theta$ 가 최대 즉, $\theta = 0^\circ$, $\cos \theta = 1$ 일 때는 가속도가 최대로 된다. 식(18)에 $\theta = 0^\circ$ 를 대입하면 최대 가속도는

$$\omega^2 r = r \left(1 + \frac{1}{n} \right)$$

또 $\theta = 180^\circ$ 일 때 $\cos \theta = -1$, $\cos 2\theta = +1$ 이므로 최대 가속도는

$$\omega^2 r = r \left(-1 + \frac{1}{n} \right) = -\omega^2 r \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

여기서 두 결과치를 관찰해 보면 $\theta = 0^\circ$ 일 때와 $\theta = 180^\circ$ 일 때 최대 가속도는 단순히 방향만 다른 것이 아니라 그 크기에도 차이가 있음을 유의해야 한다.

그러나 n 이 충분히 클 때 $\frac{1}{n}$ 과 $-\frac{1}{n}$ 은 0에 가까워지므로 부호에 관계없이 SHM조건에서의 가속도 $\omega^2 r \cos \theta$ 와 같아지게 된다.

[예제 26]

<그림 56>에서 크랭크 암의 길이 $r = 3\text{cm}$ 연결로드의 길이 $l = 9\text{cm}$ 이다.

외사점(outer dead centre, front centre position) A로부터의 변위와 내사점(inner dead

centre, back centre position) B로부터의 변위 $s = 1.5\text{cm}$ 일 때에 대해 알아보자

크랭크 암의 위치 1에 있을 때 연결로드의 바깥 끝은 P에 위치한다. 연결로드가 외사점을 지나 P에 도착할 때 크랭크는 $2\theta_1$ 의 각도를 회전하게 된다. 마찬가지로 P'로 부터의 내사점까지 움직이는데 소요되는 각도는 $2\theta_2$ 이며 위치 3으로부터 4까지 크랭크 암이 움직임에 따라 연결도는 P'로 들어오게 된다.

θ 값을 구하기 위해 다음과 같이 식(14)를 사용한다.

$$s = r(1 - \cos\theta + \frac{r \sin^2\theta}{2l})$$

여기에 주어진 값들을 대입하면

$$1.5 = 3(1 - \cos\theta + \frac{3\sin^2\theta}{2 \times 9})$$

$$1.5 = 3 - 3\cos\theta + \frac{1}{2}\sin^2\theta$$

$$6\cos\theta - 3 - \sin^2\theta = 0$$

$$6\cos\theta - 3 - 1 + \cos^2\theta = 0$$

$$\cos^2\theta + 6\cos\theta - 4 = 0$$

이 식은 $\cos\theta$ 에 대한 2차방정식이므로 일반적인 다음 공식을 이용하여 풀 수 있다.

$$\cos\theta = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

여기서 $a = \cos^2 \theta$ 의 계수

$b = \cos \theta$ 의 계수

$c =$ 불변항

본 2차방정식에서는 $a = 1, b = 6, c = -4$ 이므로

$$\cos \theta = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 16}}{2} = \frac{-6 \pm 7.2}{2}$$

즉, $\cos \theta = -6.6$ 인 값을 만족하는 θ 는 없으므로

$$\theta \doteq 53^\circ$$

따라서 크랭크 암이 위치 1에서 위치 2까지 회전하는 각도는 106° 가 된다. 점 P' 의 총변위는 4.5cm로서 크랭크 암의 총변위인 6cm보다 작다.

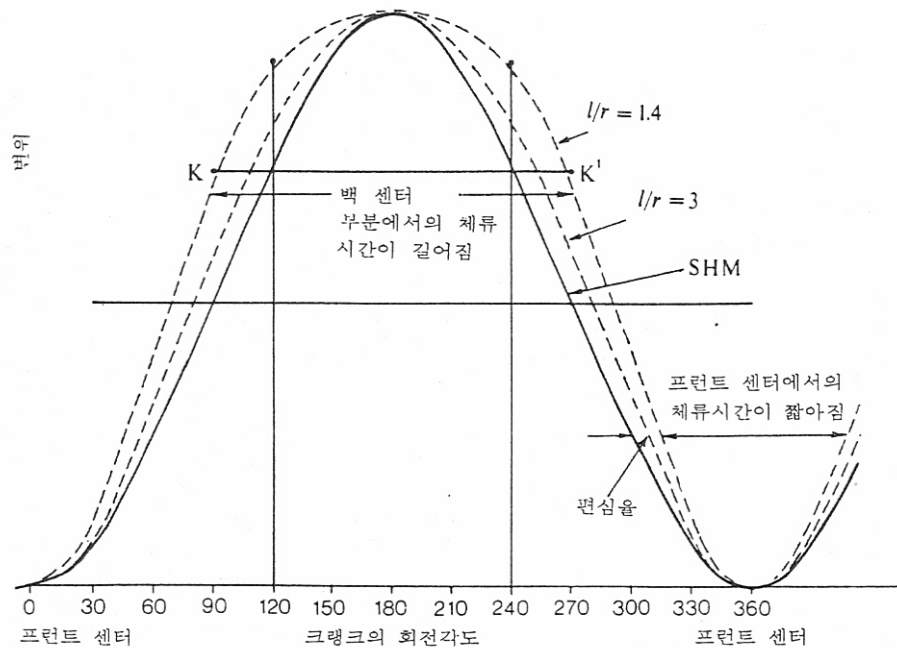
앞에서와 마찬가지로 방법으로 $\cos \theta_3$ 의 값은 -0.35가 된다. 따라서 이 값을 만족하는 θ_3 의 값은 110° 가 된다.

그러나 우리의 주 관심은 크랭크 암의 위치 3으로부터 위치 4까지 쏘고 지나가는 각도에 있다. θ_2 는 70° 이므로 $2\theta_2 = 140^\circ$ 가 된다.

위의 예제에서 핀 P가 동일한 변위를 움직이는데 각각 106° 와 140° 가 소요되므로 이로부터 외사점보다는 내사점 부근에서 더 큰 각의 운동이 소요됨을 알 수 있다. 이러한 사실은 직기의 설계에도 그대로 응용된다. 즉, 북침작용은 외사점에서 일어나며 북의 이동은 슬레이가 내사점으로 들어가는 동안 행해진다. SHM에서는 이러한 편차가 생기지 않으므로 편심율을 SHM 곡선으로부터의 편차로 정의할 수도 있다. 편심율은 연결 로드와 크랭크 암의 크기에 의해 지배된다. l/r 이 매우 클 때 편심율은 매우 작아지며, 반대로 이 비가 작아지면 편심율은 크게 된다.

<그림 57>은 SHM 곡선으로서 $n(=l/r)$ 이 3일 때와 1.4일 때 앞에서 설명한 크랭크 및 연결 로드장치의 변위곡선을 비교한 것이다. N 이 작아지면 동일한 위치로

되돌아오는데 걸리는 시간이 길어진다. 즉, 연결로드의 바깥쪽 핀이 K로부터 K'로 되돌아오는데는 180° 이상이 소요되는 반면 l/r 이 클 때는 위상의 변화가 단지 144° 밖에 소요되지 않는다. 외사점에서는 이와 반대의 현상이 일어나게 된다. 참고적으로 SHM의 경우에는 위상의 변화가 120° 가 소요된다.



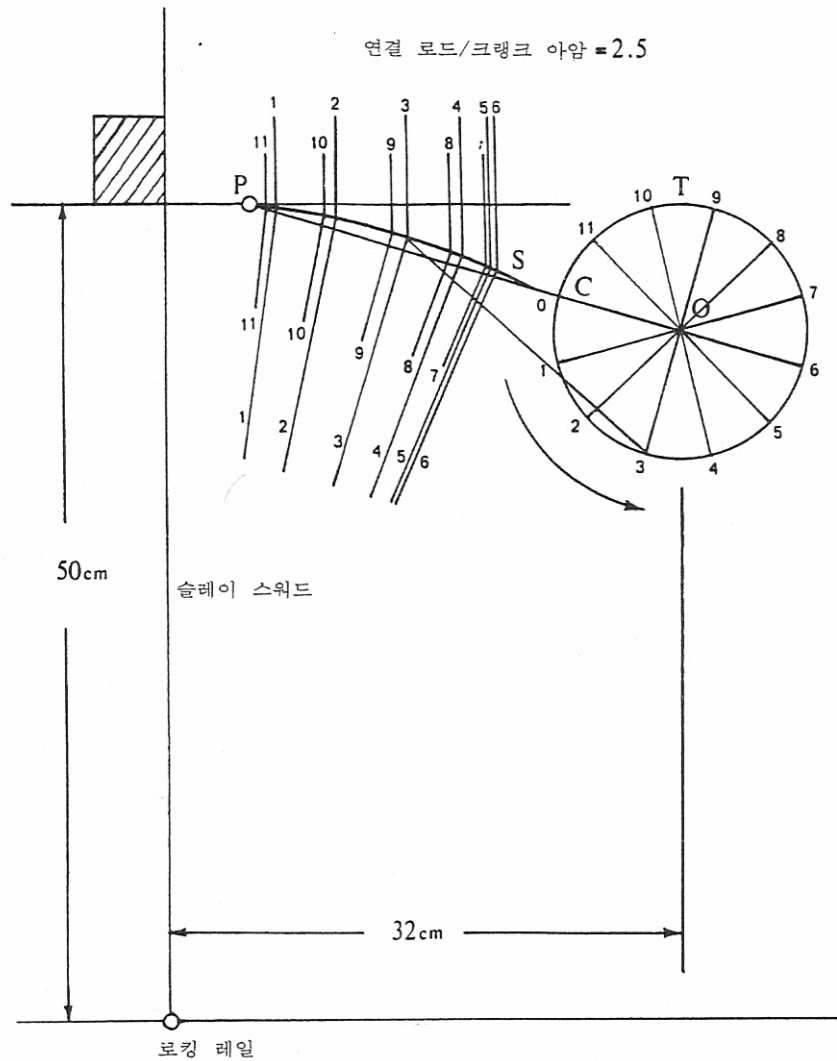
<그림 57> 크랭크 및 연결 로드 장치에서의 변위곡선

10.3 직기의 슬레이운동(loom sley movement)

슬레이에는 보통 크랭크 축을 스워드 핀(sword pin)보다 낮은 면에 위치시키고 비교적 짧은 연결 로드를 사용함으로써 편심운동이 주어진다.

<그림 58>은 이 장치를 나타낸 것으로서 스워드 핀 P는 로킹 레일(rocking rail)의 윗쪽 50cm에 위치하며, 연결 로드 PC의 길이는 20cm, 크랭크 암의 길이는 8cm이다. 중심 O는 수평성 PT에서 밑으로 8cm지점에 위치한다. 크랭크 축이 회전할 때 스워드 핀의 경로는 호 PS로 된다.

슬레이운동의 특성을 제도적으로 결정하기 위해 O를 중심으로 크랭크 CO, 스워드 핀 P 및 슬레이를 외사점으로부터 이동시킨다. 그러면 P는 연결로드 PC상의 한 쌍의 분할선과 함께 호 PS를 따라 움직이게 된다.

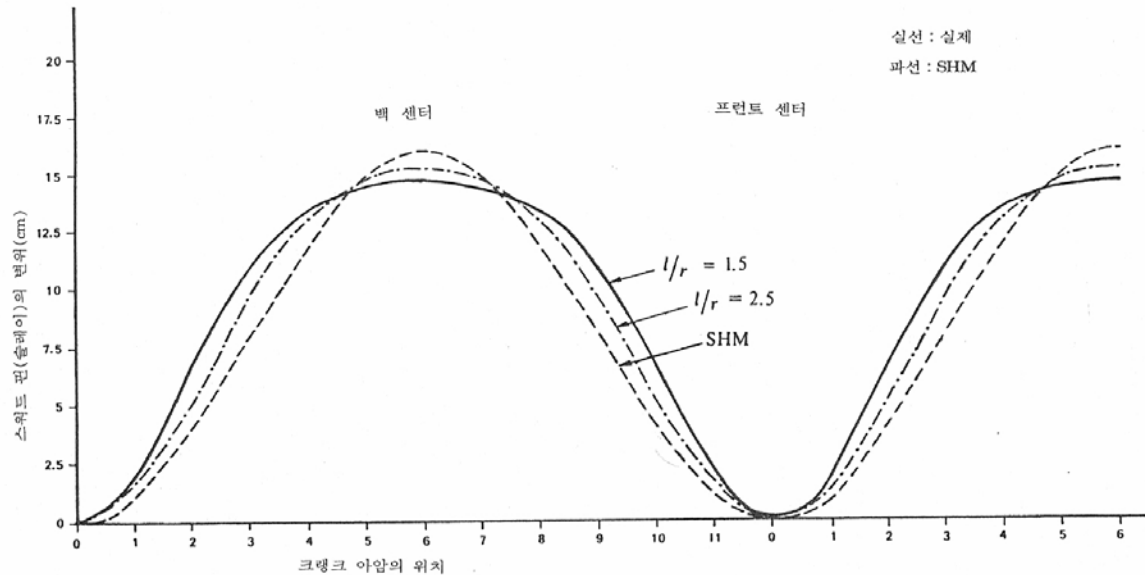


<그림 58> 크랭크 및 연결 로드 구동방식에 의한 직기의 슬레이 운동

이 그림에서 크랭크 암은 위치 3에 위치하고 있다. 호 PS상의 한 점에서 PT를 자르는 수직선을 긋는다. 그러면 PT상의 교차점은 스워드핀의 수평성분 변위를 나타내게 된다. 그 후 이러한 성분들을 크랭크 암의 회전에 따라 그래프를 그린다.

<그림 59>는 스워드 핀의 수평성분 변위와 SHM곡선을 비교한 것이다. 짧은 연결로드와 긴 스워드를 사용하면 편심율은 더 커진다. <그림 59>에서 3번째 곡선은 연결로드의 길이를 12cm로 하고 l/r 의 비율을 1.5로 하였을 때의 변위를 나타낸 것이다. 여기서 편심율은 그다지 이롭지 못하는 것에 주목해야 한다. 편심율이 커지면 북이 개구를 통과할 수 있는 시간은 증가되지만 외사점과 내사점에 있어

서 슬레이의 가속도 차이로 힘의 불균형을 가져오게 되어 작기를 아주 견고히 설치하지 않으면 안된다.



<그림 59> 크랭크의 회전에 따라 그린 슬레이의 운동

실제적으로 작기설계에 있어서 유용한 과제는 슬레이장치에 사용된 각 운동체의 크기를 결정하고 이를 SHM에 가깝도록 유도하는 것이다.

일반적으로 광폭작기에서는 소폭작기에서보다 북이 개구를 통과하는 시간을 길게해야 하기 때문에 편심율이 크다.