

면방적기계의 특성이 슬라이버와 실의

랜덤불균제도에 미치는 영향(I)

역자(譯者)의 말

기능은 단순동작의 되풀이로서 숙달될 수 있고 숙달된 기능은 정리되고 체계화됨으로서 과학적 전개가 가능하며 이것이 곧 기술이다.

기술은 현대과학을 바탕으로 해서 다져졌을 때 비로소 공학으로서의 발돋움이 이루어질 수 있다. 여기에 역자는 우리 나라의 섬유기술이 보다 높은 수준으로 향상되기를 바라는 마음에서 평소에 공부하던 바를 외국의 논문집에서 선택하여 섬유공학이 나아가고 있는 현황과 지표를 독자 여러분에서 소개하고 섬유기술은 고학의 뒷받침이 확고하다는 것을 다짐하기 위해서 본 논문을 독자들에게 소개하고자 한다.

이 논문은 실무를 위주로 하는 독자들에게는 이론에 치우친다는 감을 줄 수도 있다.

그러나 본 논문이 면방적기계의 자동화를 연구한 결과 중에서 실제의 면은 빼놓고 자동화 연구과정의 초보적인 단계에서 있었던 기초이론 부분만을 발표한 것이라는 사실을 이해한다면 이 논문을 소개함으로서 우리가 섬유기술을 향상시키고자 할 때 그 방법론에 대한 기본적인 방향을 알 수 있게 한다는 데에 그 의의를 찾을 수 있다.

제1부 이론적 접근

요 약

슬라이버와 실의 불균제도를 시스템 분석법을 이용해서 수학적으로 해석

했고 그 결과를 실험과 대비해서 분석했다. 슬라이버와 실의 불균제도에 관한 수학적배경을 기술한 다음에 그에 관한 모수를 산출하고 통계적입장에서 다른 수학적모형을 정의했다.

본보에서는 특히 더블링의 영향을 검토했다.

1. 서 론

슬라이버나 실의 중요한 특성중의 한가지는 그들의 선밀도불균제도이다. 이 특성은 방적공정의 효율에 영향을 미치고 더욱이 직기의 가동효율까지도 영향을 미치는 것은 물론이려니와 제직된 직물의 외관조차도 달라지게 한다. 그러므로 실이나 슬라이버의 불균제도에 관한 기본적인 지식과 그의 생성구조를 연구하는 것은 방적기술향상에 크게 공헌할 수 있다.

실이나 슬라이버의 선밀도변동은 연속적으로 나타나는 것이며 이들은 랜덤변수이다.

이 때문에 슬라이버나 실의 선밀도 변동은 통계적인 개념으로 다루어져야 한다. 통계적인 방법으로 사실을 구명하는 것, 즉, 통계적방법을 이용한 연구는 자료의 수집이 방대해야 한다는 것은 가장 초보적인 사실에 속한다. 그리하여 통계적연구에서는 수집된 방대한 자료를 연구목적에 알맞도록 정리해야 하는데 본연구에서는 수집된 자료로부터 시스템의 모수를 연구목적에 맞도록 도출하기로 한다. 이때에 사용하는 방법은 시스템분석법이고 방적기계의 특성을 나타내는 두 가지 모수는 주파수응답극수와 외부잡음신호 (frequency-response function and extraneous-noise signal)를 취하기로 한다. 이들 두 가지의 모수를 가지고서 방적기계가 슬라이버나 실의 선밀도불균제에 주는 영향을 검토하기로 한다.

또한 측정된 극수를 분석하고 이들을 이론적으로 해석하기로 한다. 이렇게

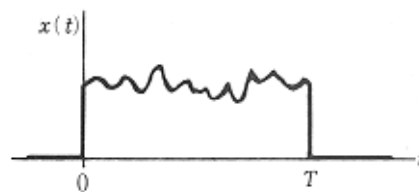
함으로서 방적공정중의 드래프트기구를 명확하게 이해할 수 있다.

2. 수학적가정

시간에 종속된 랜덤신호를 생각하고 이것은 스칼라량이라고 가정한다. 랜덤신호가 발생하고 있는 동안의 일정시간내의 신호를 $x = x(t)$ 로 정의 한다. 수학적인 전개를 쉽게 하기 위해서 일정시간 밖에서는 신호는 영이라고 가정하면

$$\left. \begin{array}{ll} x = x(t) & \text{for } 0 \leq t \leq T \\ x = 0 & \text{for } t < 0, \quad t > T \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

역자주 : 그림은 (1)식을 눈으로 볼 수 있게 한 것이다.



- ① $x(t)$ 는 Uster의 기록지에 기록된 곡선이라고 가정해도 좋다.
 - ② 0는 Uster 시험기를 가동하기 시작하는 순간이고 T는 Uster 시험기로 기록을 끝낸 순간이라고 가정해도 좋다.
-

일정시간의 범위내에서 (그림1의 0~T내에서) 극수 $x=x(t)$ 는 Fourier 적분의 형태로 고쳐 쓸 수 있다. 즉,

$$\left. \begin{array}{l} x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega, T) \exp(i\omega t) d\omega \\ 0 \leq t \leq T \\ x(t) = 0 \quad t < 0, \quad t > T \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(2)식에서 $X(\omega, T)$ 는 극수 $x(t)$ 의 Fourier변환값이다. Fourier변환은 다음의 으
로 나타낸다.

$$X(\omega, T) = \int_0^T x(t) \exp(-i\omega t) dt \cdots \cdots (3)$$

그러므로 $x(t)$ 는 Fourier변환 $X(\omega, T)$ 만 알면(2)식에 의해서 계산을 할 수 있다.

(2)식에서 ω 는 $x(t)$ 의 변동주기를 가르키는데 이값은 (+)와 (-) 값을 가지면 복소수분석의 결과를 가져오며 이렇게 되면 물리적인 의미가 있는 해석을 할 수가 없다. 그러나 (2)식에서 ω 가 (-)값을 갖는 경우는 다음과 같은 방법에 의해서 삭제 할 수 있다.

지금 $X(\omega, T)$ 의 공액복소수를 $X^*(\omega, T)$ 라고 표시하면

$$X(-\omega, T) = X^*(\omega, T) \cdots \cdots (4)$$

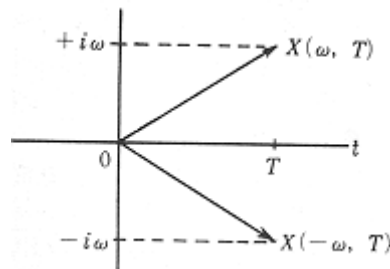
(2)식을 (4)식으로 주어진 공액복소수로 고쳐쓰면

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \{X(\omega, T) \exp i\omega t\} + X^*(\omega, T) \exp(-i\omega t)\} d\omega$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{for } 0 \leq t \leq T \\ x(t) = 0 \text{ for } t < 0, \quad t > T \end{array} \right\} \cdots \cdots (2a)$$

그러므로 $x(t)$ 의 Fourier변환 $X(\omega, T)$ 를 계산 할 때에는 $(+\omega)$ 에 대해서만 계산해도 된다.

역자주 : 공액피소수



그림과 같은 이유 때문에 (2)식은 $(+\omega)$ 에 대한 $x(\omega, T)$ 와 $(-\omega)$ 에 대한 $X(-\omega, T)$ 의 두 항으로 나눌 수 있다. 그러므로 (2a)식의 우변 제1항은 $(+\omega)$ 에 대한 $X(\omega, T)$ 이고 우변 제2항은 $(-\omega)$ 에 대한 $X(-\omega, T)$ 를 나타내게 되어 $X(-\omega, T)$ 는 기호만 $X^*(\omega, T)$ 로 고쳐 썼을 뿐이다.

Fourier변환 $X(\omega, T)$ 는 T 값에 따라서 달라지는 것은 (3)식으로 알 수 있다. 물리적인 의미를 따져 볼 때 $X(\omega, T)$ 가 T 값에 의해서 달라진다는 것은 바람직스럽지 못하다(역자주, T 값은 예를 든다면 Uster 시험기의 data reading interval에 해당되므로 이상적인 경우라면 Uster 시험치는 data reading interval의 영향을 받지 않아야 할 것이다). 그 이유는 본 연구의 목적이 일정시간 T 에 독립인 신호의 특성을 찾는 데 있기 때문이다. T 값에 독립인 신호의 특성을 얻으려면 $T \rightarrow \infty$ 의 구간으로 확장하는 수 밖에 없다. 일반적으로 우리는

$$\lim_{T \rightarrow \infty} X(\omega, T)$$

값을 계산할 수가 없는데 그 이유는 이 값이 일정치로 수렴하지 않기 때문이다. 그러므로 우리는 $T \rightarrow \infty$ 에서는 (3)식으로 정의되는 Fourier변환값을 구할 수가 없다.

이상과 같은 어려움을 피하기 위해서 S_{xx} 를 다음과 같이 정의한다.

$$S_{xx} \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{X^*(\omega, T) \cdot X(\omega, T)}{T} \right\} \dots (5)$$

S_{xx} 는 스펙트로 밀도함수(power-spectral density function)이고 E 는 기대치이다. S_{xx} 는 유한값에 수렴한다.

역자주 : ① 기대치(Expectation) : 평균치의 뜻

② 스펙트로 밀도함수 : 랜덤변수

$x(t)$ 가 있을 때 $-T \leq t \leq T$ 의 구간에서 $x(t)$ 가 갖는 값을 $X_T(t)$ 라고 표현하면 이것의 Fourier 변환은,

$$\int_{-T}^T x_T(t) \exp(-i\omega t) dt \equiv A_T(-i, \omega)$$

$A_T(-i\omega)$ 의 시간평균을 취하고 $T \rightarrow \infty$ 의 구간으로 확장을 하면,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{A_T(-i\omega)^2}{T} \right\}$$

이것을 스펙트로 밀도라고 하며 이는, ω 만의 함수이다. 스펙트로 밀도는 횡축에 주파수를

취하고 종축에는 랜덤변동의 진폭을 나타내게 된다. (Uster spectrograph를 참고로 생각하면 된다.)

지금 두개의 신호 $x=x(t)$ 와 $y=y(t)$ 를 생각하고 이들의 fourier 변환을 시간T에 대해서 구한 것을 $X(\omega, T)$, $Y(\omega, T)$ 라고 하고서 x 와 y 간의 공스펙트로 밀도극수(Cross-spectral density function) $S_{xy}(\omega)$ 를 정의하면

$$S_{xy}(\omega) \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{X^*(\omega, T) \cdot Y(\omega, T)}{T} \right\} \dots\dots (6)$$

(4)식과 (5)식 및 (6)식으로부터

$$\left. \begin{aligned} S_{xx}(-\omega) &= S_{xx}(\omega) \\ S_{xy}(-\omega) &= S_{xy}^*(\omega) = S_{yx}(\omega) \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

이들의 관계를 보면 물리적인 뜻이 있는 $(+\omega)$ 에 대해서만 S_{xx} , S_{xy} 를 계산해도 된다는 것을 알 수 있다.

그림 1과 같이 입력이 $x(t)$ 이고 출력이 $y(t)$ 인 시스템을 생각하기로 한다.



<그림 1> 파주수 영역내에서 입력과 출력신호 및 그들의 관계

그림 1의 시스템이 선형계이면

$$Y(\omega, T) = F(\omega) \cdot X(\omega, T) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (8)$$

역자주 : 일차계의 전달함수의 정의에 의해서 이와 같이 표시할 수 있다. (8)식에서 $F(\omega)$ 는 이 계의 주파수응답함수(frequency response function)이고 $F(\omega)$ 에 의해서 이 계의 특성이 정해진다.

식(6)과 (8)로부터

$$S_{xy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{X^*(\omega, T) \cdot F(\omega) X(\omega, T)}{T} \right\} = F(\omega) \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{X^*(\omega, T) \cdot X(\omega, T)}{T} \right\}$$

그러므로 (5)식과 (6)식을 가지고 위의 식은

$$S_{xy}(W) = F(\omega) S_{xx} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (9)$$

와 같이 나타낼 수 있다. (9)식은 다음과 같은 사실을 뜻한다.

계의 주파수응답극수 $F(\omega)$ 와 그 계의 입력 $x(t)$ 를 알면 출력 $y(t)$ 를 알 수 있고 또 그 계의 입력 $x(t)$ 와 출력 $y(t)$ 를 알면 특성을 나타내는 주파수응답극수를 알 수 있다.

3. 슬라이버 또는 실의 선밀도변동의 표시

본 연구의 추진을 위해서는 슬라이버나 실의 선밀도를 나타낼 수 있는 수학적 관계를 확실하게 해둘 필요가 있다.

길이가 Δx 이고 질량이 $\Delta G(x)$ 일차원섬유집합체를 생각기로 한다. 이러한 경우의 변수(단위 길이 당의 질량) $\Gamma(x)$ 는 정의에 의해서,

$$\Gamma(x) \equiv \frac{\Delta G(x)}{\Delta(x)} \cdot \cdot \cdot \cdot (10)$$

저자의 주 : Textile Institute에서는 선밀도라는 용어를 쓰도록 되어 있지만 어느 한 점에서의 선밀도와 단위길이당의 무게를 구분하기 위해서 본논문에서는 선밀도 대신에 변수라는 용어를 쓰기로 한다.

(10)식으로부터 주의의 점 x 의 선밀도 $\gamma(x)$ 를 $\Delta x \rightarrow 0$ 인 극한값으로 정의하면,

$$\gamma(x) \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Gamma(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta G(x)}{\Delta x} = \frac{dG(x)}{dx} \cdot \cdot \cdot \cdot (11)$$

실이나 슬라이버의 무한소구간내의 질량은 분이기 때문에 (11)식으로 정의

된 $\gamma(x)$ 이므로 $\Gamma(x)$ 를 다음과 같이 순간선밀도(instantaneous linear density) 개념을 가지고 정의한다.

$$\Gamma(x) = \frac{1}{\Delta x} \int_{x-\frac{\Delta x}{2}}^{x+\frac{\Delta x}{2}} \gamma(u) du \dots\dots\dots (12)$$

그러므로 본 연구에서는 $\gamma(x)$ 를 측정할 수는 없더라도 그의 성질에 대해서 구명하는 것은 중요하다. (12)식에서는 변수를 길이 Δx 의 평균값으로 정의했는데 이 값은 전기용량형측정기로 잴 수 있다. 그러므로 길이 x 는 실이나 슬라이버의 변수 측정속도 C 의 함수로 바꾸어 쓸 수 있고,

$$\gamma = \gamma(x) = \gamma(tc)$$

와 같이 표시할 수 있다. 속도가 일정한 경우에는

$$\gamma = \gamma(t)$$

함수 $\gamma = \gamma(t)$ 는 (1)식으로 주어진 $x(t)$ 와 등가이다. 그러므로 결과적으로 랜덤 데이터를 나타내는 기호는 슬라이버나 실의 변수를 나타내는 수단으로 쓰일 수 있다.

전자공업기술인 발달로 실이나 슬라이버의 선밀도는 스펙트로밀도분포로 나타낼 수 있게 되었음은 용지의 사실이다.(역자주; Uster spectrometer가 곧 이것이다) 또한 실이나 슬라이버의 선밀도변동을 나타내는 방법은 스펙트로밀도 외에도 시장변동계수인 $CB(L)$, $CV(L)$ 및 $CV(\infty)$ 로도 나타낼 수 있다. 이들 계수는 절단평량법(methods of cut and weighing)으로 측정이 가능하다. 이들은 또 이미 정의된바 있는 스펙트로 밀도함수 $S_{xx}(\omega)$ 와 다음과 같은 관계가 있기 때문에 계산도 할 수 있다.

$$CB^2(L) = \left(\frac{100}{\Gamma} \right)^2 \int_0^\infty S_{xx}(\omega) = \frac{2\pi c}{\lambda} \left(\frac{\sin \frac{\pi L}{\lambda}}{\frac{\pi L}{\lambda}} \right) d\left(\frac{c}{\lambda} \right)$$

$$CV^2(L) = \left(\frac{100}{\Gamma}\right)^2 \int_0^\infty S_{xx}\left(\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}\right) d\left(\frac{c}{\lambda}\right)$$

$$CV^2(L) = CV^2(\infty) - CB^2(L)$$

.....(13)

위의 식에서 $\bar{\Gamma}$ 는 평균변수이고 λ 는 파장이며 C 는 속도이다.

위의 식들을 적분할 때는 모든 항은 (+) 값만 갖게 된다. 만일 적분이 전 구간에 걸쳐서 이루어 지지 않기 때문에 중요한 스펙트럼 중의 몇 개가 빠지는 일이 있다면 계산된 $CB(L)$ 값이나 $CV(\infty)$ 값은 진의 값보다 적게 된다는 것을 알아야 한다. 그러므로 위의 식을 적분할 때는 ω 값의 유의영역을 주의 깊게 정하는 것이 중요하다. 그렇지만 (13)식의 스펙트럼으로부터 계산한 $CB(L)$ 나 $CV(\infty)$ 값은 다음과 같은 이유 때문에 측정치와 완전무결하게 비교될 수는 없다.

(a) 고진폭이고 초단주기인 변수 변동의 경우에는 측정부위의 유한치수 때문에 변동을 측정할 수가 없다.

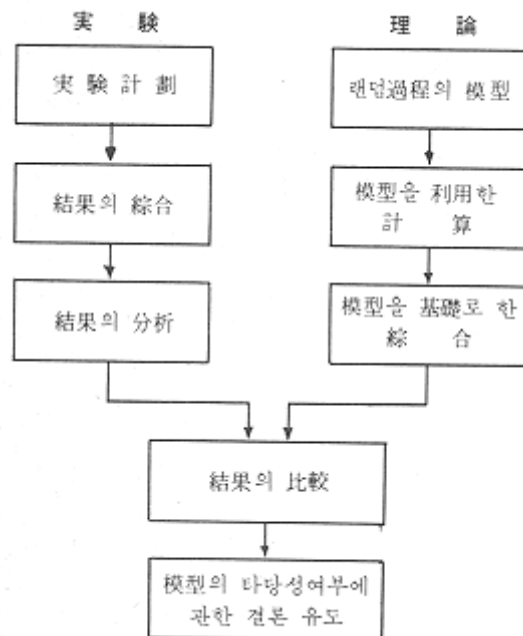
(b) 저진폭이고 초장주기인 변수 변동의 경우에는 측정시간이 한정되고 측정계의 한정된 안정성 때문에 변동을 측정할 수가 없다.

이런 이유 때문에 완전한 측정을 하기 위해서는 주기범위와 더불어 시장변동계수 값 범위를 미리 정해야 한다. 더불어 시장변동계수 값 범위를 미리 정해야 한다. Grosberg와 Palmer는 이미 이러한 점에 대해서 연구한 바 있다.

스펙트럼이 단주기변동을 나타내는 범위까지 되어있을 때는 짧은 길이 안에서의 선밀도는 불균제가 크게 된다는 것을 알아 두어야 한다. 실이나 슬라이버의 단주기불균제가 크다는 것은 다음 번에 있을 공정상태에 나쁜 영향을 가져오므로 단주기변동에 대해서 충분한 연구를 한다는 것은 뜻이 있는 일이다.

4. 수학적 모형

앞 절에서는 선밀도의 개념을 수학적으로 검토해 보았다. 또 2절의 방법에 의해서 선밀도를 랜덤신호이고 동시에 스켈라 양이라는 가정으로 수학적인 취급을 할 수 있게 되었다. 그리하여 지금부터는 선밀도의 구명을 하기 위하여 다음과 같은 가정을 한다. 더욱이 기계에 대해서도 모형을 설정할 필요가 있는데 그림 2는 이에 대한 설정을 할 수 있도록 그림 2는 이에 대한 설정을 할 수 있도록 하는 단계적인 과정을 나타낸 것이다.

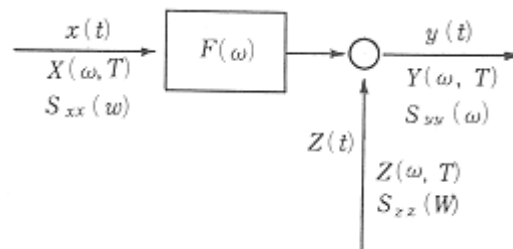


<그림 2> 기계에 대한 수학적 모형을 설정키 위한 단계

지금 논의를 하고 있는 기계는 어느 한 종류의 기계 예를 들면 조방기일 수도 있고 연조기일 수도 있다. 이 경우의 모형은 다음과 같은 두 가지의 가정하에 설정할 수 있다. 슬라이버가 이들 기계중에서 어느 한 기계를 지난다고 할 때, 이미 앞 공정으로부터 존재해 있던 선밀도의 변동은 드래프트 비율대로 변화하고 기계내에서 새로운 랜덤변동이 첨가된다.

위의 가정은 드래프트지대내에서 새로운 랜덤변동이 첨가된다.

위의 가정은 드래프트지대내에서 롤러에 의해서 컨트롤된 섬유와 컨트롤 되지 못한 섬유를 구분해서 보면 실제의 면에서 타당성이 있다고 확언할 수 있다. 신호의 흐름분석에 쓰여지는 용어를 빌려서 기계내에서 새로히 랜덤변동이 첨가되는 것을 표현하면 이것은 외부잡음신호(extraneous-noise signal)이라고 하며 외부잡음신호를 $z=z(t)$ 라고 하면 앞의 가정에 의한 모형은 그림 3과 같이 나타낼 수 있다.



<그림 3> 기계(연조 또는 조방)에 관한 수학적 모형

일정시간간격 T에 대해서 그림 3의 $Y(\omega, T)$ 는,

$$Y(\omega, T) = F(\omega) \cdot X(\omega, T) + Z(\omega, T) \cdot \cdot \cdot \cdot (14)$$

로 표시할 수 있고 이 식의 절대치를 제공하고 (5), (6)식의 관계와 같은 방법을 이용하여 (14)식을 바꾸어 쓰면,

$$S_{yy}(\omega) = S_{xx}(\omega) |F(\omega)|^2 + S_{zz}(\omega) + 2\text{Re}\{F(\omega), S_{xz}(\omega)\} \cdot \cdot \cdot \cdot (15)$$

그런데 외부잡음신호 $z = z(t)$ 는 랜덤변수이므로 이 값은 $x = x(t)$ 와는 상관관계가 없다. 그러므로

$$S_{xz}(\omega) = 0 \cdot \cdot \cdot \cdot (16)$$

이 때문에 (15)식은

$$S_{yy}(\omega) = S_{xx}(\omega)|F(\omega)|^2 + S_{zz}(\omega) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (17)$$

(15)식에서 $x(t)$ 와 $y(t)$ 의 스펙트로 밀도 $S_{xx}(\omega)$, $S_{yy}(\omega)$ 는 입력과 출력이므로 알 수 있지만 $|F(\omega)|$ 와 $S_{xz}(\omega)$ 는 알 수 없다. 그러므로 이들 두 값을 동시에 알 수 있는 새로운 식의 유도가 있어야만 (15)식으로 기계의 특성이 슬라이버의 선밀도에 주는 영향을 알 수 있다. (14)식을 $X^*(\omega, T)$ 로 곱하고 (5)식과 (6)식의 정의를 이용하면,

$$S_{xy}(\omega) = S_{xx}(\omega) F(\omega) + S_{xz}(\omega) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (18)$$

(16)식의 관계에 의해서,

$$S_{xy}(\omega) = S_{xx}(\omega) F(\omega) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (19)$$

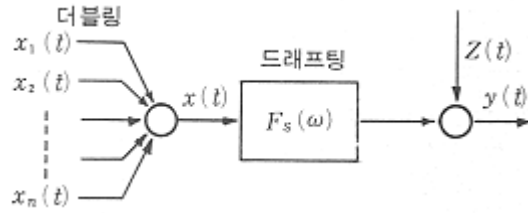
공급스펙트로 밀도함수 $S_{xy}(\omega)$ 는 실험적으로 결정할 수 있기 때문에 $F(\omega)$ 와 $S_{zz}(\omega)$ 를 계산하는데 다음의 관계식을 이용할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} F(\omega) &= \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} \\ S_{zz}(\omega) &= S_{yy}(\omega) - S_{xx}(\omega)|F(\omega)|^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

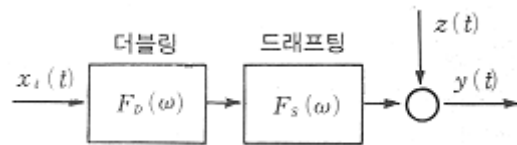
5. 연속반복공정이 선밀도변동에 미치는 영향

연조공정과 같이 동일조작이 반복 되어서 되풀이 될 때 한 기계의 주파수 응답함수 $F(\omega)$ 와 외부잡음의 스펙트로밀도 $S_{zz}(\omega)$ 를 알면, 이것을 기초로 해서 반복된 후의 전체공정에 대한 계의 주파수응답함수 및 외부잡음신호를 구할 수 있다. 그러므로 소면기에서 생산된 슬라이버의 스펙트로 밀도를 알면 실의 선밀도변동의 스펙트로 밀도를 예측할 수 있고 특히 오토레블러를 소면기에서 쓸 때와 연조기에서 쓸 때의 차이점을 분명히 할 수가 있다.

연조공정에서는 더블링조작 때문에 계산과정에 약간의 어려운 점이 있긴 하다(그림 4).



<그림 4> 더블링과 드래프팅 조작을 하는 연조기의 스케마틱 다이어그램



<그림 5> 연조공정의 스케마틱 다이어그램

연조공정이 다단계로 이루어질 때 이 공정을 하나의 주파수응답함수로 나타내는 계산은 어려운 문제이다. 그러므로 본 연구에서는 연조공정의 모형을 다음과 같이 간략화하는 도리밖에 없다.

그림 4로부터,

$$X(\omega, T) = X_1(\omega, T) + X_2(\omega, T) + \dots + X_n(\omega, T) \dots \dots (21)$$

이 식으로부터

$$S_{xx}(\omega) = \sum_{i=1}^n S_{x_i x_i}(\omega) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n S_{x_i x_j}(\omega) \dots \dots \dots (22)$$

연조공정에 공급되는 슬라이버는 소면슬라이버로서 연조기의 운전조건은 일정하므로 문제를 쉽게 하기 위해서 연조기에 공급되는 모든 슬라이버는 같은 값의 스펙트로밀도를 갖는다고 가정한다. 그러면,

$$S_{x_i x_i}(\omega) = S_{x_j x_j}(\omega) \dots \dots \dots (23)$$

과 같이 놓을 수 있다.

또 다른 하나의 가정으로서 연조기에서 슬라이버가 병렬되게 놓일 때 각

슬라이더상의 특징점은 서로 랜덤하게 겹쳐진다는 것을 가정한다. 이 가정은,

$$S_{xij}(\omega) = S_{xkxl}(\omega) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (24)$$

단, $i \neq j, k \neq l$

와 같은 표현으로 나타낼 수 있다.

식 (23)과 (24)를 이용해서 식 (22)를 고쳐 쓰면,

$$S_{xx}(\omega) = nS_{xixi}(\omega) + n(n-1)R_e S_{xixj}(\omega) \cdot \cdot \cdot \cdot (25)$$

단, $i \neq j; i, j = 1, 2, \cdot \cdot \cdot \cdot n$

식 (25)는 다음과 같은 사실을 가르킨다. 즉 연조기에서 더블링된 슬라이버 (드래프트를 받기 전)의 스펙트로밀도는 주의선정된 어느 한가닥의 슬라이버의 스펙트로 밀도 $S_{xixi}(\omega)$ 및 또다른 한가닥과의 공액스펙트로 밀도 $S_{xixj}(\omega)$ 를 알면 계산이 가능하다는 것을 뜻한다.

그러므로 그림 4로부터 더블링 조작에 대한 주파수응답함수를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$S_{xx}(\omega) = |F_D(\omega)|^2 S_{xixi}(\omega)$$

이 관계식을 식 (25)에 대입하면

$$|F_D(\omega)|^2 = n + n(n-1) \frac{R_e S_{xixj}(\omega)}{S_{xixi}(\omega)} \cdot \cdot \cdot \cdot (26)$$

이러한 이유 때문에 그림 4와 같은 단일공정은 그림 5와 같은 다단계공정으로 바꾸어서 표시할 수 있게 된다. 그리하여 소면공정이후의 연조, 조방 및 정방공정도 이들을 모두 하나의 주파수응답함수로 표시할 수가 있게 된다. 예를 들어서 2공정연조를 생각하고 조방, 정방을 생각한다면 (그림 6) 앞에서와 같은 연역적 과정을 거쳐서 이 공정의 전체계는 다음과 같이 표시할 수가 있다.

$$Y = F_{D1}F_{S1}F_{D2}F_{S2}F_3F_4X + F_{D2}F_{S2}F_3F_4Z_1 + F_3F_4Z_2 + F_4Z_3 + Z_4 \cdot \cdot \cdot \cdot (27)$$

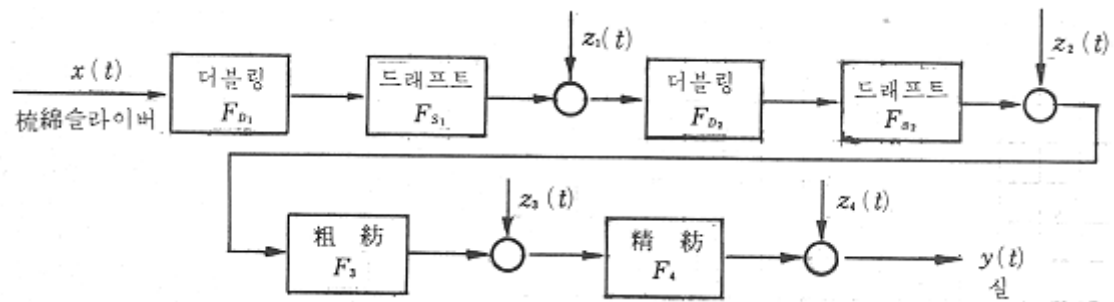
외부잡음신호 $z_i = z_i(t)$ 는 입력신호 $x_i = x_i(t)$ 와는 상관관계가 없다. 더욱이 이 잡음신호는 랜덤이기 때문에 $z_i = z_i(t)$ 끼리도 서로 상관이 없어야 한다. 그러므로,

$$S_{z_{ij}}(\omega) = 0 \quad i \neq j \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (28)$$

그리하여 실의 스펙트로 밀도함수는,

$$S_{yy} = |F_{D1}F_{S1}F_{D2}F_{S2}F_3F_4|^2 S_{xx} + |F_{D2}F_{S2}F_3F_4|^2 S_{z1z1} + |F_3F_4|^2 S_{z2z2} + |F_4|^2 S_{z3z3} + S_{z4z4} \\ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (29)$$

이와 같은 스펙트로 밀도값을 갖는 실의 시장변동계수는 (13)식에 의해서 계산할 수 있다.



<그림 6> 방적공정의 스케마틱다이어그램

이 계로서 소면슬라이버의 스펙트로밀도를 알면 정방사의 스펙트로밀도를 계산할 수 있다.